

Licence 2, Semestre 3, année 2012-2013

Théorie des jeux

Feuille d'exercices 1 *Jeux sous forme normale, stratégies dominées, équilibre de Nash, élimination des stratégies strictement dominées*

Exercice 1 Dans les jeux matriciels à deux joueurs suivants, indiquez quelles sont les stratégies pures dominées (strictement ou non) par une autre stratégie pure, puis précisez si un joueur a une stratégie dominante et s'il existe un équilibre en stratégies dominantes:

		<i>g</i>	<i>d</i>	
a)	<i>H</i>	3, 1	-1, 2	,
	<i>B</i>	2, 1	1, 0	

		<i>g</i>	<i>m</i>	<i>d</i>	
b)	<i>H</i>	2, 2	1, 1	1, 2	,
	<i>M</i>	-1, 1	2, 0	0, 1	
	<i>B</i>	3, 2	2, 2	0, -1	

		<i>g</i>	<i>m</i>	<i>d</i>	
c)	<i>H</i>	1, 0	3, 1	1, 1	,
	<i>M</i>	1, 1	3, 0	0, 1	
	<i>B</i>	2, 2	3, 3	0, 2	

		1	2	3	4	
d)	<i>H</i>	2, 1	2, 1	1, 0	0, 1	,
	<i>M</i>	3, 2	2, 3	1, 3	1, 2	
	<i>B</i>	3, -1	1, 0	-1, 0	1, -1	

Exercice 2 Soit le deux à deux joueurs dont la matrice de paiement est donnée par:

		<i>g</i>	<i>m</i>	<i>d</i>	
<i>H</i>	1, 0	3, 1	1, 1		
<i>M</i>	1, 1	3, 0	0, 1		
<i>B</i>	2, 2	3, 3	0, 2		

- 1) Quelles sont les stratégies dominées (pas spécialement strictement) par une autre? (donner les paires de stratégies telles que l'une domine l'autre).
- 2) Choisir une des stratégies dominées, éliminez la, puis répétez ce processus jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de stratégies dominées. Montrer que, de cette manière, on peut aboutir au jeu avec un unique profil (H, d) ou alors aboutir au jeu avec un unique profil (B, m) .
- 3) Quels sont les équilibres de Nash purs du jeu?

Exercice 3 Considérons un bien mis aux enchères *au second prix*. La procédure est la suivante:

- il y a n acheteurs potentiels;
- chaque acheteur soumet une offre sous pli scellé;
- l'enchérisseur ayant fait l'offre la plus haute remporte l'enchère et paye le second prix (c'est à dire la deuxième plus grande offre).

Chaque acheteur i a un prix de réserve v_i , c'est à dire un prix auquel il évalue l'objet: sa fonction de paiement est donnée par $u_i = v_i - p$ s'il gagne l'enchère, p étant la seconde offre, c'est à dire ce que le gagnant doit payer. On suppose que les enchérisseurs ne peuvent faire que des offres entières, c'est à dire que l'ensemble d'actions de l'enchérisseur i est $A^i = \{0, 1, 2, \dots, v_i\}$.

Montrer que, pour chaque enchérisseur i , choisir le montant v_i est une stratégie dominante.

Exercice 4 Considérons le jeu à trois joueurs suivant. Chaque joueur a 2 stratégies: le joueur 1 choisit la ligne, le joueur 2 choisit la colonne et le joueur 3 choisit la matrice (celle de gauche G ou celle de droite D).

		<i>g</i>	<i>d</i>	
<i>H</i>	3, 4, 1	1, 3, 3		,
<i>B</i>	8, 1, 4	2, 0, 6		

		<i>g</i>	<i>d</i>	
	4, 0, 5	0, 1, 6		
	5, 1, 3	1, 2, 5		

Par exemple, si le joueur 1 choisit H , le joueur 2 choisit d et le joueur 3 choisit G , alors le vecteur de paiements est $(1, 3, 3)$.

- a) Donner toutes les paires de stratégies telles que l'une domine (ou domine strictement) l'autre
- b) Procéder à l'élimination itérée des stratégies strictement dominées.

Exercice 5 Dans les jeux suivants, quelles stratégies pures survivent si l'on procède à l'élimination itérée des stratégies strictement dominées?

	g	m	d	
H	2, 3	3, 2	1, 1	
M	3, 2	2, 3	1, 1	
B	1, 1	1, 1	6, 0	

	a	b	c	d
A	1, 1	0, 2	3, 1	4, 0
B	3, 2	1, 1	1, 3	0, 4
C	1, 6	2, 5	0, 4	6, 5
D	4, 3	6, 4	2, 1	5, 2